

УДК 1:001; 001.8

Яшин Б.Л.*(г. Москва)*

МАТЕМАТИКА КАК РАЗНООБРАЗИЕ СПОСОБОВ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ВОСПРИЯТИЯ МИРА

Аннотация. В данной статье математика рассматривается как феномен культуры, как отношение человека к реальному миру, как множество способов его количественного восприятия. На примере этноматематики показывается, что человеческое мышление может предложить миллиарды способов количественного восприятия мира; что наша математическая парадигма на самом деле является всего лишь одной из возможных и находится в прямой зависимости от тех жизненных реалий, в которых мы существуем. Обращается внимание на ограниченность социокультурного подхода к математическому познанию.

Ключевые слова: культура, универсальность, математика, вариативность, этноматематика.

B. Yashin*(Moscow)*

MATHEMATICS AS A VARIETY OF WAYS OF QUANTITATIVE PERCEPTION OF THE WORLD

Abstract. The article considers Mathematics both as a cultural phenomenon and as a person's attitude to the real world. Besides, it is considered as a phenomenon of many-way quantitative perception. Ethnomathematics being taken as an example, it is shown that the human mind can offer billions of quantitative methods of perception of the world. It is stated that our mathematical paradigm is in fact just one of the many possible paradigms and is in direct dependence on the realities of our life. Attention is drawn to the limitations of social and cultural approach to mathematical cognition.

Key words: Culture, Mathematics, universality, variation, ethnomathematics.

Новейшие исследования в области философии науки показывают, что абстрактной науки, «науки вообще» или «науки как таковой» не существует. Есть реальная, «живая» наука, которая существует и развивается в определённой культурно-исторической среде. Наука – это одна из форм общественного сознания, а если шире – то духовной культуры, духовного бытия. Она представляет собой особый способ человеческого отношения к миру, а потому её нельзя рассматривать вне пространственно-временной целостности бытия человека и общества.

Но признание культурно-исторической обусловленности науки ведёт к признанию того, что наука – такой же феномен культуры, как и искусство, мифология, религия, философия и др.

Признав науку феноменом культуры, мы должны принять и то, что она должна обладать родовыми признаками культуры, «нести на себе её печать». И если культура самобытна и уникальна, то такой же должна быть и наука.

Вместе с тем в понимании науки достаточно давно сложилась традиция, согласно которой считается, что наука представляет собой в определённой мере универсальный для всего человечества способ познания. И вместе с его результатом, являясь общепризнанной системой знания, не может не быть интересубъективной, общезначимой.

Одним из вариантов культурологического отношения к науке является подход О. Шпенглера, который в широко известной работе «Закат Европы» утверждал, что формы познания во многом зависят от условий бытия человека, что они культурно обусловлены [9; 10].

Схематично рассуждения О. Шпенглера можно представить таким образом. Все формы культуры – религия, искусство, наука и др. – полагает он, имеют одни корни. Причём они обладают математическим характером.

Но почему же именно математика, а не какая-либо иная наука представляется О. Шпенглеру корнями всех форм культуры? Главное, с его точки зрения, состоит в том, что математика запечатлевает в себе *разное* отношение людей, принадлежащих к *разным культурам*, к миру вещей. Она представляет собой, прежде всего, науку о числах. Однако число само по себе не существует. Оно существует лишь в сознании человека. Но, как хорошо известно, понимание числа в Древней Греции (у Пифагора, например) отличается от понимания числа и его роли в мироустройстве в Вавилоне, Древней Персии или в Древней Индии. Следовательно, делает вывод О. Шпенглер, существует не один мир чисел, а несколько. Каждый из них зависим от той культуры, в которой этот мир чисел существует.

Каждый из этих числовых миров – западноевропейский, индийский, арабский, античный и т. д. – уникален по своей сущности. Каждый из них является своеобразным выражением чувствования и понимания окружающего мира природы. Каждый из них соответствует одной и только одной культуре. Поэтому математика, с этой точки зрения, не единственна. Существует несколько математик.

Каждая из этих математик, по мнению О. Шпенглера, отличается от другой и своим языком, который родственен языку форм соседних

больших искусств – музыки, поэзии, скульптуры... Для него это модификации одной и той же души. Например, новоевропейская математика тесно связана с развитием инструментальной музыки, а античная – с ионической мраморной скульптурой. При этом главное отличие античной математики от современной западноевропейской математики состоит, как считает автор «Заката Европы», в том, что первая, будучи в самой своей основе стереометрией, знает только действительные числа, в то время как западная математика имеет дело с комплексными, гиперкомплексными, неархимедовыми и другими их видами [9].

Эти параллели и аналогии, эта связь музыки, архитектуры, поэзии, искусства в целом с математикой, признание в последней некоего начала, из которого вырастают все другие формы духовной культуры, во множестве обнаруживаются в истории науки, как в фундаментальных теоретических работах известных учёных и философов, так и в их спонтанных, случайных высказываниях, в переписке друг с другом.

Так, например, св. Августин в трактате «О порядке» излагает идею о том, что закономерности и порядок, которые существуют в мире благодаря Божественному промыслу, задаются числом и ритмом. «В числе заключен архитектурный принцип Вселенной, всех наук и искусств, – пишет Августин, – числа составляют структурную основу Красоты» [2, с. 370].

Г. Лейбниц в одном из своих писем к математику К. Гольдбаху утверждает, что музыка – это скрытое арифметическое упражнение души, не умеющей считать» и получает ответ-уточнение: «Музыка – это проявление скрытой математики».

Л. Эйлер свою «Диссертацию о звуке» начинает следующими словами: «Моей конечной целью в этом труде было то, что я стремился представить музыку как часть математики и вывести в надлежащем порядке из правильных оснований всё, что может сделать приятным объединение и смешивание звуков».

А вот высказывание из нашего времени: «...только идеальность численных отношений, – пишет А.Ф. Лосев, – может быть сравниваемой с эйдетической завершенностью музыкального объекта» [4, с. 523].

Этот ряд примеров можно продолжать и продолжать. Многие учёные и философы пытались «поверить алгеброй гармонию», поэтому, по-видимому, рассуждения О. Шпенглера кажутся логичными и вполне убедительными.

Идея принадлежности математики к сфере культуры находит своё подтверждение и в работах современных исследователей, в которых выявляются и изучаются особенности математики различных социальных

этнических групп. Только здесь уже в качестве фундамента, обуславливающего специфику математического знания и культуры той или иной социальной группы в целом, рассматривается традиционная повседневная практическая деятельность, в ней преобладающая. Все такого рода работы нередко объединяют сегодня в одну группу исследований, называемую «этноматематикой».

Этот термин впервые появился во второй половине прошлого столетия в работах бразильского математика У. Д'Амброзио, которого многие сегодня считают родоначальником исследований в этой междисциплинарной области знания, включающей как собственно математику, так и её историю, а также философию, этнологию, культурологию, психологию, педагогику и некоторые другие дисциплины.

Термин «этноматематика» сам У. Д'Амброзио использовал в разных, но достаточно близких значениях: как совокупность математических практик в различных культурах (национально-племенных, профессиональных, возрастных и т.п.); как специфический инструмент кодирования, позволяющий членам той или иной культурной группы не только описывать, но также понимать реальность и управлять ею; как некую систему стилей, технических приёмов, методов, складывающихся в той или иной культуре, направленных на понимание, объяснение, а при необходимости – на изменение природной и социальной среды [13].

В последние годы У. Д'Амброзио и многие другие учёные, опирающиеся на идеи этноматематики, разрабатывают её как исследовательскую программу по философии, эпистемологии и истории математики (и шире – естествознания), сосредоточив внимание на практическом её выходе в образование, в частности, на обучении и преподавании математики в школах и университетах. При этом особое значение здесь придаётся искусству и техникам (Techne) объяснения и понимания математических идей, а также преодоления различий их восприятия представителями разных социально-культурных групп (этносов) [14].

В настоящее время одни учёные под термином «этноматематика» понимают способ сделать математику более релевантной различным культурным и этническим группам, а другие считают этноматематику способом постичь различия между культурами. Для нас в данном случае наиболее важным является то общее, что можно выделить во всех представленных подходах. В каждом из них в той или иной мере присутствует идея о том, что человеческая мысль может предложить не один, а множество различных способов количественного восприятия мира, каждый из которых возникает из обыденной практики.

Это означает, что принятая современной математикой парадигма на самом деле является всего лишь одной из возможных. Она, как и другие, созданные человеческим интеллектом системы, находится в прямой зависимости от тех жизненных реалий, в которых мы существуем.

Так, например, М. Ашер, являющаяся сегодня одним из авторитетных исследователей в области этноматематики, утверждает, что представители «примитивных» культур Африки, Южной Америки, Индонезии и Океании являются порой носителями значительно более сложных математических представлений, чем было принято считать. Она полагает, что исследование математических идей тех немногих дошедших до нас самобытных культур даст возможность увидеть другие цивилизационные пути развития человеческого мышления, осознать степень его вариативности [11].

М. Ашер, а вслед за ней и многие другие учёные, занимающиеся этой проблематикой, доказывают, что человеческое мышление может предложить множество отличающихся друг от друга способов количественного восприятия мира. Иными словами, исследования в области этноматематики можно рассматривать как подтверждение точки зрения оппонентов универсальности, единственности общепринятой математической парадигмы. Эта парадигма, родившаяся в Средиземноморском бассейне, основанная на глубокой вере в то, что Архитектор Вселенной был величайшим математиком, и распространившая своё влияние по всему миру как единственно возможная Математика, по мнению М. Ашер, является «всего лишь одной из возможных и, как и все прочие, придуманные человеком системы, находится в прямой зависимости от тех жизненных реалий, в которых мы существуем» [1].

«Необходимо признать, – соглашается с ней Б. Бартон, – что европейская математика не единственный способ увидеть и выразить те количественные и пространственные аспекты мира, которые, как правило, называют математическими. Более того, следует признать и то, что альтернативные способы представления этих количественных отношений и форм вполне законны и обоснованны. Ибо, если бы они не были законными, то не было бы смысла пытаться их изучать, смысл состоял бы только в том, чтобы попытаться «воспитать» тех, кто не видел «правильного» пути» [12, с. 219].

Однако результаты исследований М. Ашер и других учёных, работающих в области этноматематики, можно использовать и в качестве аргументов, подтверждающих позицию защитников математического универсализма. Тем не менее данные результаты свидетельствуют о том, что универсальные математические структуры обнаруживаются в

любой культуре. Отличие между разными математиками заключается, как полагают некоторые учёные и философы, *лишь* в способах выражения этих структур. И если эти «альтернативные» общепринятой математике способы видения мира признаются сообществом математиков как вполне приемлемые, как вполне математические, то они перестают быть «альтернативными» для «работающих» математиков. Вместе с тем это самое «лишь» оказывается весьма существенным для историков и философов математики, так как «альтернативные» процедуры дают новый материал для осмысления и понимания происхождения математики, понимания природы математического знания.

Попытки прояснить ситуацию в оппозиции «единственность – множественность» математики сегодня предпринимают и психологи, занимающиеся проблемой генезиса математических абстракций. Так, например, группа учёных Калифорнийского университета в Сан-Диего под руководством Рафаэля Нуньеса, проводившая тестирование представителей племени юпно, обитающего в Папуа-Новой Гвинее, установила, что концепция числовой прямой, используемая в математике, не является врождённой идеей, а формируется в процессе обучения. Иными словами, результаты работы этой группы подтверждают, что «математика не является универсальным языком Вселенной», поскольку многие фундаментальные концепции возникают вследствие образования и воспитания [5].

Вместе с тем, нельзя не сказать и о том, что ранее в одном из номеров журнала Nature за 2008 г. была опубликована статья, авторы которой, работавшие с американскими школьниками, показали, что способности людей к математике являются врождёнными [5].

С нашей точки зрения, такое расхождение результатов эмпирических исследований свидетельствует о том, что математика, как и любая другая наука (и, по-видимому, любой феномен культуры), представляет собой диалектическое единство единичного (конкретного) и общего, практического и теоретического. С одной стороны, сегодня мы имеем дело, в определённом смысле, со «ставшей» математикой, берущей своё начало в математике Евклида, Пифагора и Архимеда. Это – современная («академическая», как её иногда называют) математика, представляющая собой вполне сложившуюся систему общезначимого научного знания, и в этом смысле являющаяся универсальной, т. е. единственной и всеобщей для людей, независимо от их принадлежности к той или иной культуре. Это область научного знания, которую «удалённые друг от друга древние цивилизации строили... на одних и тех же понятиях», не утративших своего значения до настоящего времени [7].

С другой стороны, что достаточно убедительно демонстрируют сторонники социокультурного подхода, приобщение к этой всеобщей математике и само осознание её всеобщности, универсальности обусловлено жизненными реалиями, в которых существует человек. Иными словами, разные народы приходили и до сих пор приходят к одним и тем же математическим идеям различными путями, через свою собственную практическую деятельность, через личностный опыт. К тому же выражают их с помощью специфических, принятых вполне конкретной культурой коммуникативных средств.

На вариативность способов выражения математических понятий и предложений, а вместе с ними и действенности математического аппарата обращают внимание не только учёные, занимающиеся проблемами этноматематики, но и сторонники социального и предикативного конструктивизма в философии математики. Они полагают, что «качество» математических теорий, являющихся, по их мнению, специфическим продуктом социальной деятельности, культуры в целом, во многом обусловлено изменениями, происходящими в социуме.

В какой-то мере идея зависимости математических утверждений от условий, в которых они получаются и применяются, просматривается по-своему и у приверженцев контекстуализма в математике. По их мнению, изучение математических реалий должно осуществляться в самой тесной связи со средой существования математических представлений. Это необходимо в силу того, что те или иные математические положения приобретают каждый раз новое значение в зависимости от контекста, в котором они употребляются.

Отдавая должное социокультурному подходу к математике и, в частности, такому направлению, как этноматематика, действительно способствующему тому, чтобы «увидеть другие цивилизационные пути развития и осознать степень вариативности человеческого мышления» (М. Ашер), хотелось бы предостеречь от преувеличения его возможностей. Как и любой другой подход, он не абсолютен, не безусловен.

Во-первых, это связано с тем, что социокультурная интерпретация, позволяющая гносеологической абстракции, «обрастающей» в этом случае, по словам И.Т. Касавина, многообразными смыслами, превратиться в культурный объект, представляет собой в то же время локализацию, «переход от возможного многообразия смыслов к их реальной ограниченности, переход от общего к частному» [3].

Иными словами, в этом случае, приобретая «осязаемость» объекта, мы как бы спускаемся на уровень конкретного научного исследования, теряя преимущества абстрактности философского метода.

Во-вторых, чрезмерная увлечённость социокультурными факторами развития науки чревата крайним релятивизмом, полным размыванием границ между научным и ненаучным знанием. На это обращали внимание уже в начале прошлого века некоторые отечественные философы в своих оценках работы о «Закате Европы» [6]. Об этом же говорят и современные исследователи, работающие в области этноматематики. Хотя сегодня уже достаточно очевидно, что такого рода исследования указывают на зависимость математических идей от той культуры, внутри которой они возникают, на то, что не может быть единственно верного взгляда на математику, пишет, например, профессор Мозамбикского университета П. Гердес (P. Gerdes). Нет никаких оснований и для культурного релятивизма относительно математического знания [15].

Работы в области этноматематики, по нашему мнению, не ставят под сомнение универсальность современной математики. Исследования в этой области научного знания (а в более широком контексте – в рамках социокультурного подхода) наиболее эффективны при поиске ответов на вопросы о том, «Что представляет собой математическое мышление и каким образом оно возникает в различных культурах?», при рассмотрении математики в её историческом развитии. Они в своей совокупности, действительно, позволяют увидеть разнообразие путей, по которым шло в своём становлении математическое познание, а вместе с этим служат сближению различных культур, понимания их единства.

Но существует ещё и другая сторона обсуждаемого вопроса. Обнаружение того, что к одним и тем же математическим идеям человек приходил и приходит разными путями, то есть наличие у различных племён, находящихся в своём развитии на стадии «примитивного» («пралогического», «первобытного») мышления, разных математик, с нашей точки зрения, усиливает позиции представителей современного эмпиризма в математике в их неоконченном споре со сторонниками математического априоризма.

Конечно, сам факт существования разнообразных математик у различных народов ещё не означает того, что они совершенно не совпадают друг с другом, что они *абсолютно* разные. Все эти отличные друг от друга математики, не достигшие по своему уровню развития и абстрактности теоретических высот даже математики Древней Греции, имеют *общие основания*. Все они, на что и обращают внимание исследователи в области этноматематики, возникают и формируются на базе практического опыта. Все они являются результатом *деятельности*, синтезом когнитивных и орудийных, предметных практик, свойственных той

или иной социальной группе, той или иной культуре. Различные способы практического освоения (реального) окружающего мира, «подстраивания» его под себя связаны с соответствующими способами видения: сколько практик, столько и картин, образов, моделей этого мира. Однако созданные человеком модели окружающего мира, отличаясь в частности, в главном инвариантны друг другу [8]. Эта инвариантность есть следствие, прежде всего, того, что окружающий нас мир природы един, универсален в своих фундаментальных свойствах: он трёхмерен, изменчив и устойчив, в нём существуют причинно-следственные связи, каждый реальный предмет этого мира имеет форму и т. д.

С другой стороны, существуют и достаточно весомые аргументы в пользу математического априоризма. Однако весьма важно при этом понимание самого априоризма. Но это вопрос, который требует отдельного рассмотрения.

Литература:

1. *Айме М.* Сверимся по кольчатым червям // Русский журнал [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.russ.ru/layout/set/print//Kniga-nedeli/Sverimsya-po-kol-chatum-chervyam> (дата обращения: 02.12.2012).
2. *Бычков В.* Эстетика Отцов Церкви. – М., 1995. – 593 с.
3. *Касавин И.Т.* Контекстуализм как методологическая программа // Эпистемология & философия науки: Научно-теоретический журнал по общей методологии науки, теории познания и когнитивным наукам. – Т. VI. – № 4. – 2005 [Электронный ресурс]. – URL: <http://journal.iph.ras.ru/> (дата обращения: 21.01.2013).
4. *Лосев А.Ф.* Музыка как предмет логики // Лосев А.Ф. Форма – Стиль – Выражение. – М.: Мысль, 1995. – 944 с.
5. Математику лишили звания «универсального языка Вселенной» [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.plosone.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pone.0035662#top> (дата обращения: 12.02.2012).
6. Освальд Шпенглер и «Закат Европы». – М., 1922 [Электронный ресурс]. – URL: http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/History/osvsp_zakevr/index.php (дата обращения: 31.01.2013)
7. *Перминов В.Я.* Реальность математики // Вопросы философии. – № 2. – 2012 [Электронный ресурс]. – URL: http://vphil.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=585&Itemid=52 (дата обращения: 04.01.2013).
8. *Пронин А.С., Ромашкин К.И.* Об эффективности математики в научном познании // Вестник МГОУ. Серия «Философские науки». – 2012. – № 2. – С. 80-86.
9. *Шпенглер О.* Закат Европы: в 2 т. – Т. 1. – М., 1993. – 592 с.
10. *Шпенглер О.* Закат Европы: в 2 т. – Т. 2. – М., 1998. – 606 с.
11. *Ascher, Marcia.* Ethnomathematics: A Multicultural View of Mathematical Ideas. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole, 1991.

12. Barton, B. Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense // *Educational Studies in Mathematics*. – 1996. – 31 (1). – P. 201-233.

13. D'Ambrosio, Ubiratan. Ethnomathematics. The art or technique of explaining and knowing / transl. by Patrick B. Scott. – Las Cruces, ISGEm/NMSU, 1998.

14. D'Ambrosio, Ubiratan: The Program Ethnomathematics and the challenges of globalization / *CIRCUMSCRIBERE, International Journal for the History of Science*. – 2006. – Vol. 1. – Pp. 74-82.

15. Gerdes P. Ethnomathematics as a new research field, illustrated by studies of mathematical ideas in African history [Электронный ресурс]. – URL: http://iascud.univalle.edu.co/libro/libro_pdf/Ethnomathematics%20as%20a%20new%20research.pdf (дата обращения: 15.02.2013).